

# Математика и механика

## Физика

УДК 514.76

### О ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОМ ОТОБРАЖЕНИИ ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА $E_m$ НА АФФИННОЕ $A_n$ ( $m \geq n$ )

Е.Т. Ивлев, А.А. Лучинин

Томский политехнический университет  
E-mail: lutchinin@mail.ru

Рассматривается дифференцируемое отображение  $V_m^n: E_m \rightarrow A_n$  ( $m \geq n$ ) евклидова пространства  $E_m$  на аффинное пространство  $A_n$ . Изучаются поля двумерных площадок в  $E_m$  и  $A_n$ , определяемых фундаментальным геометрическим объектом  $\Gamma$  отображения  $V_m^n$  ( $m \geq n$ ) в смысле Г.Ф. Лаптева.

#### Ключевые слова:

Дифференцируемые отображения, евклидово пространство, многомерные пространства.

#### Key words:

Differentiable mapping, Euclidean space, multidimensional spaces.

#### 1. Аналитический аппарат

Данная статья является продолжением статьи [1].

**1.1.** Рассматривается  $m$ -мерное евклидово пространство  $E_m$ , отнесенное к подвижному ортонормальному реперу  $R^* = \{B, \bar{\varepsilon}_a\}$ , ( $a, b, c = \overline{1, m}$ ) с деривационными формулами и структурными уравнениями:

$$d\bar{B} = \Theta^a \bar{\varepsilon}_a, \quad d\bar{\varepsilon}_a = \Theta_a^b \bar{\varepsilon}_b;$$

$$D\Theta^a = \Theta^b \Lambda \Theta_a^b, \quad D\Theta_a^b = \Theta_c^a \Lambda \Theta_c^b; \quad \Theta_a^a + \Theta_b^b = 0. \quad (1.1)$$

**1.2.** Рассматривается  $n$ -мерное аффинное пространство  $A_n$ , отнесенное к подвижному реперу  $R = \{A, \bar{e}_i\}$ , ( $i, j, k, l = \overline{1, n}$ ) с деривационными формулами и структурными уравнениями:

$$d\bar{A} = \omega^i \bar{e}_i, \quad d\bar{e}_i = \omega_i^k \bar{e}_k;$$

$$D\omega^i = \omega^j \Lambda \omega_j^i, \quad D\omega_i^k = \omega_l^j \Lambda \omega_j^k. \quad (1.2)$$

**1.3.** Реперы  $\dot{R}$  в  $E_m$  и  $R$  в  $A_n$  выбираются так, чтобы точки  $B \in E_m$  и  $A \in A_n$  с радиус-векторами  $B$  и  $A$  были текущими точками соответствующих пространств. Тогда 1-формы  $\Theta^a$  и  $\omega^i$  в силу (1.1) и (1.2) являются главными, и их можно считать базовыми.

Зададим отображение [1, (1.3)]:

$$V_m^n: E_m \rightarrow A_n, \quad (1.3)$$

которое каждой точке  $B \in E_m$  ставит в соответствие вполне определенную точку  $A \in A_n$ . Тогда диффе-

ренциальные уравнения [1. Ур. (1.4), (1.5)] отображения (1.3) можно записать с учетом (1.1) и (1.2) в виде:

$$\omega^i = A_a^i \Theta^a; \quad dA_a^i + A_a^j \omega_j^i - A_b^i \Theta_a^b = A_{ab}^i \Theta^b,$$

$$A_{[ab]}^i = 0, \quad (a, b = \overline{1, m}; i, j = \overline{1, n}). \quad (1.4)$$

Здесь компоненты  $A_a^i$  образуют фундаментальный геометрический объект  $\Gamma$  [1, (1.6)] отображения (1.3):

$$\Gamma = \{A_a^i\}. \quad (1.5)$$

#### 2. Биективное отображение $V_m^n: E_m \rightarrow A_n$

**2.1.** Всюду в данном пункте используется следующая система индексов:

$$a, b, c = \overline{1, n}; \quad i, j, k, l = \overline{1, n}. \quad (2.1)$$

Будем предполагать, что отображение  $V_m^n: E_m \rightarrow A_n$  является невырожденным в каждой точке  $B \in E_m$ , т. е.

$$\det[A_a^i] \neq 0. \quad (2.2)$$

Тогда можно ввести в рассмотрение систему величин  $B_i^a$ :

$$A_a^i B_i^b = \delta_a^b, \quad A_a^i B_j^a = \delta_j^i. \quad (2.3)$$

Из (2.3) и (1.4) получаются дифференциальные уравнения

$$dB_i^a + B_i^b \omega_b^a - B_j^a \omega_j^i = B_{ib}^a \Theta^b. \quad (2.4)$$

Здесь явный вид величин  $B_{ib}^a$  для нас несущественен. Из (1.4) с учетом (2.2) и (2.3) получаем

$$\Theta^a = B_i^a \omega^i. \quad (2.5)$$

Заметим, что дифференциальные уравнения (2.5) и (2.4) фактически являются дифференциальными уравнениями отображения  $V_n^n: E_n \rightarrow A_n$ .

**2.2.** В точке  $B \in E_n$  введем в рассмотрение ниже следующие величины, охватываемые компонентами геометрического объекта (1.5) и их продолжениями  $A_{ab}^i$  и определяемые с учетом (1.4). (2.4) и (2.5) соответствующими дифференциальными уравнениями:

$$1. B_{ij} = \sum_{a=1}^n B_i^a B_j^a, B_{[ij]} = 0;$$

$$dB_{ij} - B_{ij} \omega_i^k - B_{ik} \omega_j^k = B_{ja} \Theta^a = B_{ja} B_k^a \omega^k. \quad (2.6)$$

$$2. B^{ij} : B^{ik} B_{kj} = \delta_j^i, B^{[ij]} = 0, \det[B_j] \neq 0;$$

$$dB^{ij} + B^{kj} \omega_k^i + B^{ik} \omega_k^j = B_a^{ji} \Theta^a = B_a^{ji} B_k^a \omega^k. \quad (2.7)$$

$$3. A_{ija} = B_{ja} - \frac{1}{n} B_{kla} B^{kl} B_j, A_{[ij]} = 0;$$

$$dA_{ija} - A_{kja} \omega_i^k - A_{ika} \omega_j^k - A_{ijb} \Theta_b^a = A_{jba} \Theta^a. \quad (2.8)$$

$$4. F_{ijk} = A_{ija} B_k^a, F_{[ij]} = 0;$$

$$dF_{ijk} - F_{ijk} \omega_i^l - F_{ilk} \omega_j^l - F_{jil} \omega_k^l = F_{jka} \Theta^a. \quad (2.9)$$

$$5. C_{ijk} = \frac{1}{3} (F_{ijk} + F_{jki} + F_{kij}), G_{[ijk]} = 0;$$

$$dG_{ijk} - G_{ljk} \omega_i^l - G_{ilk} \omega_j^l - G_{jil} \omega_k^l = G_{jka} \Theta^a. \quad (2.10)$$

$$6. C_i = C_{ijk} B^{jk} = \frac{1}{3} (2F_{ijk} B^{jk} + F_{jki} B^{jk});$$

$$dC_i - C_j \omega_i^j = C_{ia} \Theta^a = C_{ia} B_j^a \omega^j. \quad (2.11)$$

$$7. C^i = C_j B^{ji}; dC^i - C^k \omega_k^i = C_a^i \Theta^a. \quad (2.12)$$

Заметим, что величины (2.6)–(2.12) образуют соответствующие тензоры в смысле Г.Ф. Лаптева [2].

В следующих пунктах будут рассмотрены в каждой точке  $B \in E_n$  и соответствующей точке  $A = V_n^n B \in A_n$  геометрические образы, определяемые величинами, о которых идет речь в (2.6)–(2.12).

**2.3.** Тензор  $B_{ij}$  каждой точке  $B \in E_n$  ставит в соответствие гиперконус  $B_{n-1}^2$  второго порядка с вершиной в точке  $A \in A_n$  (здесь  $A = V_n^n B$  – образ точки  $B$  в аффинном пространстве  $A_n$ ), определяемый уравнением

$$B_{ij} x^i x^j = 0. \quad (2.13)$$

Геометрическая характеристика этого гиперконуса такая же, как и в [1, (2.16), (2.17)]. Этот гиперконус в силу (2.6) в общем случае является невырожденным, т. е. не имеет прямолинейной вершины, проходящей через точку  $A \in A_n$ .

**2.4.** Пользуясь условиями инвариантности [2] геометрических образов в аффинном пространстве и учитывая (2.6) и (2.13), получаем, что каждому направлению  $u = (\bar{B}, \bar{\varepsilon}_a) u^a \in E_n$  в пространстве  $A_n$  отвечает алгебраическая  $(n-2)$ -мерная поверхность  $S_{n-2}(u)$  – пересечение гиперконуса  $B_{n-1}^2 \subset A_n$  со своим близким  $(B_{n-1}^2)'$  в направлении  $u$ , определяемая уравнениями:

$$S_{n-2}(u) : \begin{cases} B_{ij} x^i x^j = 0, \\ B_{ija} x^i x^j u^a - 2B_{ij} A_a^j u^a x^i = 0. \end{cases} \quad (2.14)$$

Пучок  $Q_{n-1}^2(u, \lambda)$  гиперквадрик второго порядка в  $A_n$ , проходящих через  $S_{n-2}$  в силу (2.14) определяется уравнениями:

$$Q_{n-1}^2(u, \lambda) : B_{ija} x^i x^j u^a - 2B_{ij} A_a^j u^a x^i + \lambda B_{ij} x^i x^j = 0. \quad (2.15)$$

Асимптотическими гиперконусами пучка гиперквадрик  $Q_{n-1}^2 \subset A_n$  в силу (2.15) являются гиперконусы  $K_{n-1}^2(u, \lambda)$  второго порядка с вершиной  $A \in A_n$ , отвечающие направлению  $u \in E_n$  и определяемые уравнениями

$$K_{n-1}^2(u, \lambda) : B_{ija} x^i x^j u^a + \lambda B_{ij} x^i x^j = 0. \quad (2.16)$$

**2.4.** Из пучка гиперконусов  $K_{n-1}^2(u, \lambda)$ , отвечающих направлению  $u = (\bar{B}, \bar{\varepsilon}_a) u^a \in E_n$ , выделяется в силу (2.13), (2.6), (2.7) гиперконус  $Q_{n-1}^2(u)$ , отвечающий направлению  $u$  и аполярный  $B_{n-1}^2$ :

$$K_{n-1}^2(u) : A_{ija} x^i x^j u^a = 0. \quad (2.17)$$

Образу  $y = V_n^n u$  в силу (2.17) и (2.9) в аффинном пространстве  $A_n$  отвечает гиперконус

$$K_{n-1}^{*2}(y) : F_{ijk} x^i x^j y^k = 0.$$

Отсюда с учетом (2.10) замечаем, что гиперконус  $Q_{n-1}^3 \subset A_n$  третьего порядка с вершиной в точке  $A \in A_n$ , определяемый уравнениями:

$$K_{n-1}^3 : C_{ijk} x^i x^j x^k = 0, \quad (2.18)$$

представляет собой совокупность всех направлений  $x = (A, \bar{e}_i) x^i \in A_n$ , отвечающих точке  $B \in E_n$ , которым соответствуют гиперконусы  $K_{n-1}^2(x)$ .

Из (2.18) в силу (2.11), (2.13) и (2.7) следует, что гиперплоскость

$$\Gamma_{n-1} : C_i y^i = 0 \quad (2.19)$$

представляет собой совокупность всех прямых  $y = (A, \bar{e}_i) y^i \in A_n$ , которым отвечают первые полярные относительно  $K_{n-1}^3$  аполярные гиперконусы  $B_{n-1}^2 \subset E_n$ .

Из (2.6), (2.7), (2.10), (2.12), (2.13) и (2.18) следует, что каждой точке  $B \in E_n$  в пространстве  $A_n$  отвечает прямая  $G = (A, \bar{e}_i) G^i \in A_n$  – линейный полюс той гиперплоскости относительно гиперконуса  $B_{n-1}^2$ , которая является квадратичной полярной для гиперконуса  $K_{n-1}^3$ , где величины  $G^i$  определяются по формулам

$$G^i = B^{ik} G_k, \quad G_i = C_{ijk} C^j C^k, \quad (2.20)$$

и удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$dG^i + G^k \omega_k^i = G_a^i \Theta^a = G_a^i B_k^a \omega^k.$$

Из (2.20) и (2.12) следует, что в общем случае направления  $C=(A, \bar{e}_i)C^i \in E_n$  и  $G=(A, \bar{e}_j)G^j \in E_n$  в точке  $A \in E_n$  линейно независимы, т. е.

$$\text{Rang} \begin{bmatrix} C^1 & C^2 \dots & C^n \\ G^1 & G^2 \dots & G^n \end{bmatrix} = 2. \quad (2.21)$$

Здесь прямая  $C$  полярно сопряжена гиперплоскости  $\Gamma_{n-1}$  относительно гиперконуса  $B_{n-1}^2$ .

Поэтому каждой точке  $B \in E_n$  в аффинном пространстве  $A_n$  можно поставить в соответствие двумерную площадку

$$L_2^1 = C \cup G : x^{\alpha_2} = f_{\alpha_1}^{\alpha_2} x^{\alpha_1}, \quad (\alpha_1, \beta_1 = 1, 2; \alpha_2, \beta_2 = \overline{3, m}), \quad (2.22)$$

где величины  $f_{\alpha_1}^{\alpha_2}$  определяются из системы линейных уравнений:

$$f_{\alpha_1}^{\alpha_2} C^{\alpha_1} = C^{\alpha_2}, f_{\beta_1}^{\beta_2} G^{\beta_1} = G^{\beta_2}; \quad (\alpha_1, \beta_1 = 1, 2; \alpha_2, \beta_2 = \overline{3, m}).$$

2.6. Из (2.20) и (2.12) следует, что направления

$$\bar{C} = (\bar{B}, \bar{\varepsilon}_a) \bar{C}^a \in E_m, \bar{G} = (\bar{B}, \bar{\varepsilon}_b) \bar{G}^b \in E_m,$$

где

$$\bar{C}^a = B_i^a C^i, \bar{G}^b = B_j^b G^j \quad (2.23)$$

являются прообразами направлений  $C \in A_n$  и  $G \in A_n$  при отображении  $V_n^n: E_n \rightarrow A_n$ .

Легко видеть с учетом (2.21) и (2.23), что в общем случае в точке  $B \in E_n$  направления  $\bar{C}$  и  $\bar{G}$  в  $E_n$  линейно независимы. Поэтому в  $E_n$  можно определить двумерную площадку

$$\Gamma_2^1 : \bar{C} \cup \bar{G} : u^{a_2} = f_{a_1}^{a_2} u^{a_1}, \quad (a_1, b_1 = 1, 2; a_2, b_2 = \overline{3, m}), \quad (2.24)$$

где величины  $f_{a_1}^{a_2}$  определяются из системы

$$f_{a_1}^{a_2} \bar{C}^{a_1} = \bar{C}^{a_2}, f_{b_1}^{b_2} \bar{G}^{b_1} = \bar{G}^{b_2},$$

$$\text{Rang} \begin{bmatrix} \bar{C}^1 & \bar{C}^2 \dots & \bar{C}^n \\ \bar{G}^1 & \bar{G}^2 \dots & \bar{G}^n \end{bmatrix} = 2.$$

Таким образом, с биективным отображением  $V_n^n: E_n \rightarrow A_n$  ассоциируются поля двумерных площадок (2.22) в  $A_n$  и (2.24) в  $E_n$ , причем  $L_2^1 = V_n^n \Gamma_2^1$ .

3. Сюръективное отображение  $V_n^n: E_n \rightarrow A_n$  ( $m > n$ )

3.1. В этом пункте используется следующая система индексов:

$$a, b, c = \overline{1, m}; \alpha, \beta, \gamma = \overline{1, n}; \quad \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma} = \overline{n+1, m}; i, j, k, l = \overline{1, n}. \quad (3.1)$$

Из (1.3) и (1.4) с учетом (3.1) получаем, что множество всех направлений  $u = (\bar{B}, \bar{\varepsilon}_a) u^a \in E_m$ , которые при отображении  $V_n^n: E_n \rightarrow A_n$  вырождаются в точку

$A$ , образуют в  $E_m$  линейное подпространство  $L_n^1$  размерности  $n$ , определяемое уравнениями:

$$L_n^1 : A_\alpha^i u^\alpha + A_\alpha^i u^{\hat{\alpha}} = 0. \quad (3.2)$$

Репер  $\hat{R}$  в  $E_m$  канонизируем так, чтобы

$$L_n^1 = (\bar{B}, \bar{\varepsilon}_1, \dots, \bar{\varepsilon}_n), \quad (3.3)$$

что с учетом (3.2), (1.1), (1.2) и (1.4) приводит к соотношениям

$$\begin{aligned} A_\alpha^i &= 0, \det[A_\alpha^i] \neq 0, \\ \Theta_\alpha^{\hat{\alpha}} &= -\Theta_\alpha^\alpha = -A_{\alpha a}^\alpha \Theta^a, \Theta_\alpha^{\hat{\alpha}} = A_{\alpha a}^{\hat{\alpha}} \Theta^a; \\ dA_{\alpha a}^{\hat{\alpha}} + A_{\alpha a}^{\hat{\beta}} \Theta_{\hat{\beta}}^{\hat{\alpha}} - A_{\beta a}^{\hat{\alpha}} \Theta_\alpha^{\hat{\beta}} - A_{ab}^{\hat{\alpha}} \Theta_a^b &= A_{ab}^{\hat{\alpha}} \Theta^b; \\ A_{\alpha[a b]}^{\hat{\alpha}} &= 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Из (3.4) с учетом ( $n > m$ ) и (1.4) следует, что отображение  $V_m^n: E_m \rightarrow A_n$  индуцирует отображение  $V_n^n: E_n \rightarrow A_n$ , поскольку

$$\omega^i = A_\alpha^i \Theta^\alpha \xrightarrow{(3.4)} \Theta^a = B_i^a \omega^i; \quad B_i^a A_\beta^i = \delta_\beta^a, B_i^a A_\alpha^j = \delta_i^j. \quad (3.5)$$

Из (3.3) в силу (1.1) следует, что каждой точке  $B \in E_m$  отвечает  $(n-m)$ -плоскость

$$L_{m-n}^2 = (\bar{B}, \bar{\varepsilon}_{n+1}, \dots, \bar{\varepsilon}_m). \quad (3.6)$$

Таким образом, в каждой точке  $B \in E_m$  инвариантным образом определены линейные подпространства (3.3) и (3.6). Поэтому в евклидовом пространстве  $E_m$  инвариантно определяется конус второго порядка с вершиной  $B$ , задаваемый уравнениями:

$$R_{m-1}^2 : E_{ab} u^a u^b = 0, \quad (3.7)$$

где симметрические величины  $E_{ab}$  определяются по формулам и удовлетворяют соответствующим дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned} E_{ab} &= \frac{1}{2} A_{\alpha(a}^{\hat{\alpha}} A_{b)}^{\hat{\alpha}}; \\ dE_{ab} - E_{cb} \Theta_a^c - E_{ac} \Theta_b^c &= E_{abc} \Theta^c. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Здесь явный вид величин  $E_{abc}$  для нас несущественен. Геометрическая интерпретация гиперконуса (3.7) с учетом (3.8) аналогична геометрической интерпретации основной квадрики  $Q_{m-2}$  в [3, (24)].

3.2. Из (3.7) и (3.3) замечаем, что конус  $\hat{R}_{n-1}^2 = R_{m-1}^2 \cap L_n^1 \subset E_m$  определяется уравнениями:

$$\hat{R}_{n-1}^2 : E_{\beta\gamma} u^\gamma u^\beta = 0, u^{\hat{\alpha}} = 0. \quad (3.9)$$

Этот конус является в силу (3.9) и (3.5) прообразом конуса, принадлежащего  $A_n$ :

$$r_{n-1}^1 : C_{ij} x^i x^j = 0; C_{ij} = E_{\beta\gamma} B_i^\beta B_j^\gamma.$$

Заметим, что в пространстве  $A_n$  определен конус  $B_{n-1}^2$ :

$$B_{n-1}^2 : B_{ij} x^i x^j = 0; B_{ij} = \sum_{a=1}^n B_i^a B_j^a, \quad (3.10)$$

аналогичный конусу (2.13).

Таким образом, с учетом (3.7)–(3.10) с отображением  $V_m^n: E_m \rightarrow E_n$ , ( $m > n$ ) ассоциируется поля гиперконусов

1.  $B_{n-1}^2 \subset E_m$ ;
2.  $B_{n-1}^2$  и  $r_{n-1}^2$  в  $A_n = V_m^n E_m$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ивлев Е.Т., Лучинин А.А. О дифференцируемом отображении евклидова пространства  $E_m$  в аффинное  $A_n$  ( $m < n$ ) // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 314. – № 2. – С. 5–9.
2. Лаптев Г.Ф. Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Труды Московского математического общества. – М., 1953. – Т. 2. – С. 275–382.

Поэтому в евклидовом пространстве  $E_m$  и в аффинном пространстве  $A_n$  можно определить поля двумерных площадок по аналогии с пунктами 2.5 и 2.6 данной статьи.

3. Ивлев Е.Т., Тиртый-оол, Бразевич М.В. О некоторых геометрических образах многообразий двойственных линейных подпространств в многомерном проективном пространстве // Математический сборник. Изд-во Томского госуниверситета. – Томск, 1974. – Вып. 1. – С. 68–91.

Поступила 06.05.2009 г.

УДК 517.956.6

## О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧ СОПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

К.Г. Кожобеков

Ошский государственный университет, г. Ош, Кыргызская республика

E-mail: kudash\_3012@rambler.ru

Доказаны теоремы существования и единственности решения задач сопряжений для нелинейных уравнений в частных производных третьего порядка.

#### Ключевые слова:

Задача сопряжения, нелокальная задача, нелинейные уравнения, принцип сжатых отображений.

#### Key words:

Conjugation problem, nonlocal problem, nonlinear equations, principle of contraction mapping.

Математическое моделирование многих процессов, происходящих в двухслойных средах с резко отличающимися физическими свойствами, часто сводится к задачам сопряжения для уравнений в частных производных [1–3].

В области  $D = \{(x, y): 0 < x < \ell, -h_2 < y < h_1\} (\ell, h_1, h_2 > 0)$  рассмотрим задачу сопряжения для следующих нелинейных уравнений третьего порядка

$$u_{xxx}(x, y) - u_y(x, y) = f_1(x, y, u(x, y), u_x(x, y)), \\ (x, y) \in D_1 = D \cap (y > 0), \quad (1)$$

$$u_{xyy}(x, y) = f_2(x, y, u(x, y), u_y(x, y)), (x, y) \in D_2 = \\ = D \cap (y < 0), \quad (2)$$

где  $f_i (i=1, 2)$  – заданные функции.

Задача 1. Найти функцию

$$u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^1(D), u_{xxx} \in C(D_1), u_{xyy} \in C(D_2),$$

удовлетворяющую уравнениям (1) и (2) в областях  $D_1$  и  $D_2$  соответственно и краевым условиям

$$u(0, y) = \phi_1(y), \quad u(\ell, y) = \phi_2(y), \\ u_x(0, y) = \phi_3(y), \quad 0 \leq y \leq h_1, \quad (3)$$

$$u(0, y) = \chi(y), \quad -h_2 \leq y \leq 0, \quad (4)$$

$$u(x, -h_2) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq \ell, \quad (5)$$

где  $\phi_i (i=\overline{1,3})$ ,  $\phi(y)$ ,  $\psi(x)$  – заданные функции.

Уравнения (1) и (2) по классификации работы [4] принадлежат к разным типам уравнений с частными производными третьего порядка относительно старших производных.

Из постановки задачи 1 следует, что на линии  $y=0$  выполняются условия сопряжения

$$u(x, -0) = u(x, +0), \quad u_y(x, -0) = u_y(x, +0), \quad 0 \leq x \leq \ell \quad (6)$$

Отметим, что прямая  $y=0$  является одновременно характеристикой как для уравнения (1), так и для уравнения (2). Уравнения (1) и (2) в совокупности с условиями сопряжения (6) являются уравнениями смешанного типа [5] в области  $D$ . Краевые задачи для нелинейных уравнений смешанного типа второго порядка рассмотрены в работах [6, 7], а для нелинейных уравнений третьего порядка в [8, 9].

Сделаем следующие предположения относительно заданных функций: